

Model Sistem Persediaan Dua Eselon Dengan Mempertimbangkan Interaksi Antar Fasilitas

Fifi Herni Mustofa, ST., MT.¹⁾

Arie Desrianty, ST., MT.²⁾

Alif Ulfa Afifah

Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknologi Industri Institut Teknologi Nasional^{1,2)}

Jl. P.H.H. Mustafa No. 23 Bandung

Telepon (022) 7272215 ekst 137

E-mail: fifi@itenas.ac.id¹⁾

Abstrak

Pemenuhan permintaan agar dapat sampai ke tangan konsumen memerlukan suatu proses distribusi yang cukup panjang. Proses pengalokasian baik untuk bahan baku maupun produk jadi dengan melalui proses yang panjang tersebut dapat dibagi dalam beberapa tahap distribusi yang dikenal dengan distribusi multi eselon. Permasalahan distribusi multi eselon berhubungan dengan sejumlah fasilitas yang mengalokasikan produk dari fasilitas single server menjadi beberapa fasilitas di eselon warehouse atau supplier hingga ke fasilitas single end. Setiap fasilitas di masing-masing eselon mempunyai karakteristik yang dapat sama atau berbeda dipengaruhi oleh tipe permintaan yang terjadi di fasilitas tersebut. Dapat terjadi di eselon yang sama, suatu fasilitas terjadi kekurangan persediaan sedangkan di fasilitas yang lainnya terjadi kelebihan persediaan. Interaksi di antara fasilitas yang kekurangan dan kelebihan persediaan tersebut dapat terjadi dengan mengadakan pengiriman persediaan dari yang berlebih kepada fasilitas yang kekurangan, tanpa meminta pengiriman dari fasilitas di eselon di atasnya. Model sistem persediaan dua eselon ini merupakan model yang memiliki satu buah depot pada Eselon 1 dan 2 buah base pada Eselon 2. Tujuan dari model ini adalah untuk menghasilkan model matematis untuk meminimasi total ongkos dengan memperhitungkan interaksi antar fasilitas.

Kata Kunci: sistem persediaan, dua eselon, fasilitas, minimisasi total ongkos

Pendahuluan

Pada umumnya perusahaan yang bergerak dalam bidang manufaktur memiliki permintaan yang tidak tetap, fluktuasi permintaan tersebut menyebabkan jumlah permintaan yang sulit untuk diramalkan. Ketika terjadi permintaan yang tinggi dan untuk memenuhinya membutuhkan waktu yang cukup lama, seperti waktu untuk proses produksi maupun waktu untuk pengiriman, sehingga permintaan tidak bisa langsung dipenuhi. Dalam menanggulangi masalah tersebut perusahaan-perusahaan menggunakan persediaan sebagai solusinya. Persediaan tersebut berupa simpanan komponen yang sedang menunggu proses lebih lanjut atau bahkan sudah menjadi suatu produk akhir yang telah memiliki nilai jual.

Semakin besar jumlah persediaan akan memberikan tingkat pelayanan yang semakin tinggi. Namun jika jumlah persediaan terlalu besar maka perusahaan mempunyai investasi yang beku, tetapi jika jumlah persediaan terlalu kecil pun beresiko tidak dapat memenuhi permintaan konsumen (*lost sales*) dan yang paling fatal adalah kehilangan loyalitas dari konsumen karena kekecewaan terhadap perusahaan. Maka sistem

persediaan harus dijaga agar jumlahnya berada pada batas-batas yang ditentukan.

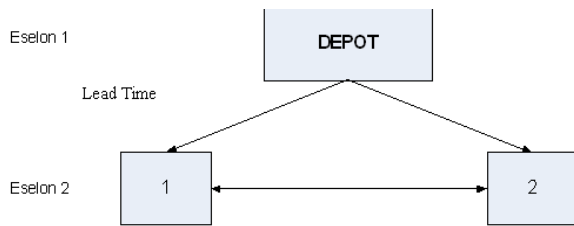
Pemenuhan permintaan agar dapat sampai ke tangan konsumen memerlukan suatu proses distribusi yang cukup panjang. Proses pengalokasian baik untuk bahan baku maupun produk jadi dengan melalui proses yang panjang tersebut dapat dibagi dalam beberapa tahap distribusi yang dikenal dengan distribusi *multi eselon* [1]. Permasalahan distribusi *multi eselon* berhubungan dengan sejumlah fasilitas yang mengalokasikan produk dari fasilitas *single server* menjadi beberapa fasilitas di eselon *warehouse* atau *supplier* hingga ke fasilitas *single end*. Sejumlah fasilitas pengalokasian tersebut dapat dibagi dalam dua eselon atau lebih.

Konsep sistem pengendalian persediaan pada multi eselon diperkenalkan dalam penelitian Clark dan Scarf [1] yang pada prinsipnya menyatakan bahwa persediaan pada suatu eselon adalah semua persediaan yang ada pada unit fasilitas yang bersangkutan dan semua persediaan yang ada pada semua fasilitas yang mengikutinya (pada eselon berikutnya).

Setiap fasilitas di masing-masing eselon mempunyai karakteristik yang berbeda-beda dipengaruhi oleh tipe permintaan yang terjadi di fasilitas tersebut. Karena

permintaannya yang berbeda-beda maka kemungkinan terjadinya kekurangan atau kelebihan persediaan sangat besar. Tidak menutup kemungkinan dalam satu eselon terdapat fasilitas yang kekurangan persediaan tetapi di fasilitas lainnya mengalami kelebihan persediaan. Interaksi antar fasilitas yang kekurangan dan kelebihan persediaan tersebut dapat terjadi dengan mengadakan pengiriman persediaan dari yang berlebih kepada fasilitas yang kekurangan, tanpa meminta pengiriman dari fasilitas di eselon di atasnya.

Interaksi tersebut dapat berupa permintaan pada fasilitas yang lain bila di fasilitas yang bersangkutan terjadi kekurangan atau sebaliknya dapat mengirimkan produk ke fasilitas yang kekurangan persediaan. Masing-masing fasilitas sendiri mempunyai permintaan yang dapat sama atau bervariasi dalam setiap periode waktunya. Permasalahan persediaan multi eselon seperti itu digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Aliran Produk Sistem Multi Eselon

Tujuan dari penelitian ini adalah menghasilkan model matematis persediaan untuk meminimasi total ongkos dengan memperhitungkan interaksi antar fasilitas.

Metodologi Penelitian

Karakteristik sistem persediaan dibatasi sebagai berikut:

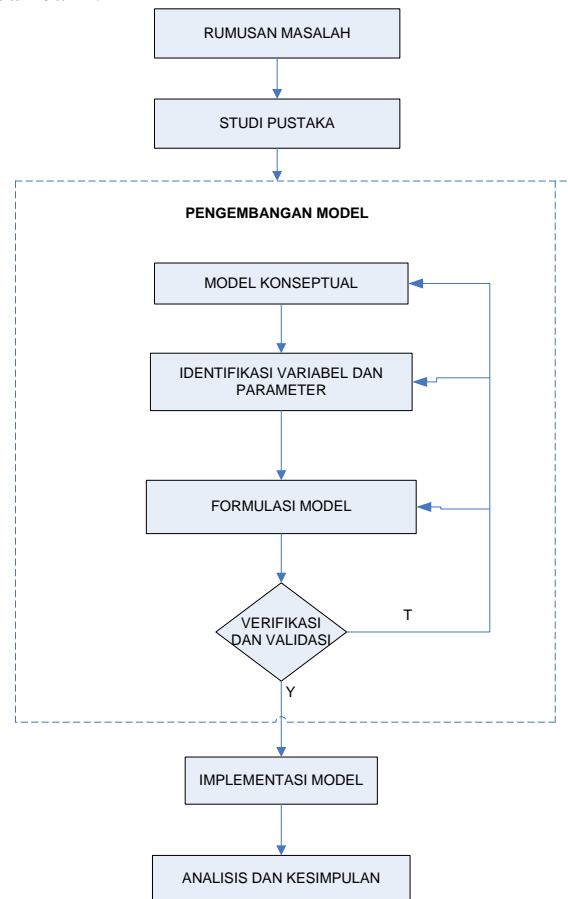
1. Sistem persediaan terdiri dari 2 eselon dengan ketentuan:
 - a. Pada Eselon 1 terdapat satu depot, fungsi depot adalah memasok produk untuk Eselon 2.
 - b. Pada Eselon 2 terdapat 2 buah *base*, *base* merupakan unit fasilitas pada sub sistem distribusi yang berfungsi melayani konsumen dan mengelola pasokan produk yang berasal dari depot.
2. Jika pengiriman produk dari depot dan antar fasilitas tidak dapat memenuhi permintaan maka akan terjadi *lost sales*.
3. Jika kekurangan persediaan di salah satu *base* lebih besar dibanding persediaan di *base* lainnya maka kedua *base* tersebut tidak bisa saling berinteraksi.
4. Kemungkinan masalah-masalah yang terjadi dalam sistem adalah sebagai berikut :
 - a. *Base* 1 dan *base* 2 mengalami kekurangan persediaan, maka akan terjadi *lost sales* di kedua *base* tersebut.
 - b. *Base* 1 mengalami kekurangan persediaan tetapi *base* 2 mengalami kelebihan persediaan.

- c. *Base* 1 mengalami kelebihan persediaan sedangkan *base* 2 mengalami kekurangan persediaan.
- d. *Base* 1 dan *base* 2 mengalami kelebihan persediaan.

Asumsi yang digunakan dalam sistem di atas adalah sebagai berikut:

1. *Lead time* pengiriman dari fasilitas adalah 1 bulan.
2. Jarak antar fasilitas tidak mempengaruhi ongkos pengiriman produk.
3. Bila fasilitas pada Eselon 2 membutuhkan produk pada fasilitas yang lain, maka tidak diperlukan aliran *base-depot-base* tetapi langsung antar *base*.

Metodologi penelitian ini mencakup uraian cara kerja yang sistematis mulai dari mengidentifikasi masalah sampai masalah tersebut terpecahkan. Langkah-langkah pemecahan masalah tersebut dapat tergambar dari diagram alir yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alir Penelitian

Pengujian terhadap model dilakukan dengan menggunakan data hipotesis untuk menguji apakah model matematis yang dibuat dapat bekerja sesuai dengan tujuan penelitian yang diharapkan. Berikut ini adalah langkah-langkah yang dilakukan untuk menguji model matematisnya:

1. Menghitung *Q* untuk *base* yang mengalami kelebihan persediaan.

2. Menghitung titik pemesanan kembali pada *base* yang mengalami kelebihan persediaan.
3. Menghitung Q menggunakan model *deterministic* untuk *base* yang mengalami kekurangan persediaan.
4. Menghitung titik pemesanan kembali pada *base* yang mengalami kekurangan persediaan.
5. Menghitung ekspektasi *lost sales* pada *base* yang mengalami kekurangan persediaan.
6. Verifikasi nilai Q menggunakan model yang digunakan untuk *base* yang mengalami kekurangan persediaan.
7. Menghitung titik pemesanan kembali dengan nilai Q yang baru untuk *base* yang mengalami kekurangan persediaan.
8. Menghitung ongkos tahunan untuk tiap *base*.
9. Menghitung ongkos tahunan depot.
10. Menghitung total ongkos.

Sedangkan analisis dilakukan dengan cara analisis sensitivitas, yaitu menguji parameter-parameter yang digunakan model dalam penelitian sejauh mana mempengaruhi model matematis yang ada.

Hasil dan Rancangan Model Sistem Persediaan

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan model matematis untuk meminimisasi total ongkos dengan memperhitungkan interaksi antar fasilitas. Berikut ini adalah uraiannya :

1. Ongkos tahunan pada *base* yang mengalami kelebihan persediaan (C_{B1})

Ongkos yang terjadi pada *base* yang mengalami kelebihan persediaan adalah ongkos pembelian, ongkos pesan, ongkos simpan. C_{B1} dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$C_{B1} = R_1P + \frac{R_1}{Q_1}[C] + H \left[\frac{Q_1}{2} + [(B_1 - M_1) - (M_2 - B_2)] \right] \tag{1}$$

Untuk mengetahui variabel optimal maka ongkos diturunkan terhadap variabelnya, yaitu Q dan B . Dari turunannya diperoleh:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2R_1[C]}{H}} \tag{2}$$

$$P(M_1 > B_1) = 0 \tag{3}$$

2. Ongkos tahunan pada *base* 2 (C_{B2})
- Ongkos yang terjadi pada *base* 2 adalah ongkos pembelian, ongkos pesan, ongkos kekurangan persediaan, ongkos simpan, dan ongkos transfer jika terjadi pengiriman produk dari *base* 1 ke *base* 2. C_{B2} dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$C_{B2} = R_2P + \frac{R_2}{Q_2}[C + A \cdot E(M_2 > B_2)] + H \left[\frac{Q_2}{2} + E(M_2 > B_2) \right] + C_T(M_2 - B_2) \tag{4}$$

Untuk mengetahui variabel optimal maka ongkos diturunkan terhadap variabelnya, yaitu Q dan B . Dari turunannya diperoleh adalah sebagai berikut :

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2R_2[C + A \cdot E(M_2 > B_2)]}{H}} \tag{5}$$

$$P(M_2 > B_2) = \frac{C_T Q_2}{(-R_2 - H Q_2)} \tag{6}$$

Untuk nilai peluang yang bertanda minus diabaikan, karena tanda minus menunjukkan bahwa di *Base* 2 terjadi kekurangan persediaan.

3. Ongkos tahunan pada depot (C_D)

Ongkos yang terjadi pada depot adalah ongkos pengiriman sebanyak jumlah permintaan dari tiap *base* dalam setahun. C_D dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$C_D = C_s \cdot S \tag{7}$$

Berdasarkan persamaan-persamaan di atas dapat dituliskan bentuk model untuk melihat total ongkos dengan mempertimbangkan interaksi antar fasilitasnya adalah sebagai berikut:

$$TC = C_{B1} + C_{B2} + C_D$$

$$TC = R_1P + \frac{R_1}{Q_1}[C] + H \left[\frac{Q_1}{2} + [(B_1 - M_1) - (M_2 - B_2)] \right] + R_2P + \frac{R_2}{Q_2}[C + A \cdot$$

$$E(M_2 > B_2)] + H \left[\frac{Q_2}{2} + E(M_2 > B_2) \right] + C_T(M_2 - B_2) + C_s \cdot S$$

Pengujian Numerik

Sistem persediaan ini terdiri dari 2 eselon, dimana pada Eselon 1 hanya terdapat 1 depot dan Eselon 2 terdapat 2 buah base. Antara base bisa terjadi interaksi berupa pengiriman produk jika di salah satu basenya mengalami kekurangan dan base lainnya mengalami kelebihan persediaan. Data yang digunakan untuk pengujian model ini dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Data Numerik Pengujian Model

Data	Notasi	Nilai
Ongkos Pembelian	P	Rp 10.000
Ongkos simpan	H	Rp 40.000
Ongkos Transfer	CT	Rp 5.000
Ongkos Pesan	C	Rp 30.000
Ongkos kekurangan persediaan	A	Rp 10.000
Ongkos pengiriman dari eselon 1 ke eselon 2	CS	Rp 5.000
Jumlah permintaan pada base 1 selama 1 tahun	R ₁	1.200 unit
Jumlah permintaan pada base 2 selama 1 tahun	R ₂	2.400 unit
Jumlah permintaan dalam lead time di base 1 dalam setahun	M ₁	108 unit
Jumlah permintaan dalam lead time di base 2 dalam setahun	M ₂	221 unit

Untuk mendapatkan nilai parameter untuk sistem dilakukan dengan membangkitkan bilangan random untuk nilai awalnya lalu bilangan tersebut dicari nilainya dengan distribusi Poisson. Untuk mendapatkan nilai peluang permintaan dalam *lead time* (M) lebih besar dibandingkan titik pemesanan kembali (B) digunakan rumus sebagai berikut:

$$P(M > B) = 1 - P(M) \quad (8)$$

Model Sistem Persediaan Tersine [6]

Perhitungan yang dilakukan untuk menguji model di antaranya:

1. Menghitung Q menggunakan model deterministik untuk setiap base

- a. Base 1

$$Q = \sqrt{\frac{2CR}{H}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 30.000 \times 1.200}{40.000}}$$

$$Q = 42,426 \approx 43 \text{ unit}$$

- b. Base 2

$$Q = \sqrt{\frac{2CR}{H}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 30.000 \times 2.400}{40.000}}$$

$$Q = 60 \text{ unit}$$

2. Menghitung titik pemesanan kembali untuk setiap base

- a. Base 1

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,125$$

$$B = 112 \text{ unit}$$

- b. Base 2

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,091$$

$$B = 219 \text{ unit}$$

3. Menghitung ekspektasi *lost sales* tiap base

- a. Base 1

$$E(M > B) = \sum_{M=B+1}^{M_{\max}} (M - B)P(M)$$

$$E(M > B) = 0,621$$

- b. Base 2

$$E(M > B) = \sum_{M=B+1}^{M_{\max}} (M - B)P(M)$$

$$E(M > B) = 0,680$$

4. Verifikasi nilai Q menggunakan model yang digunakan untuk setiap *base*

- a. Base 1

$$Q = \sqrt{\frac{2R[C + AE(M > B)]}{H}}$$

$$Q = 46,609 \approx 47 \text{ unit}$$

- b. Base 2

$$Q = \sqrt{\frac{2R[C + AE(M > B)]}{H}}$$

$$Q = 66,457 \approx 67 \text{ unit}$$

5. Menghitung titik pemesanan kembali dengan nilai Q yang baru untuk tiap *base*

- a. Base 1

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,133$$

$$B = 111 \text{ unit}$$

- b. Base 2

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,100$$

$$B = 218 \text{ unit}$$

6. Menghitung ongkos tahunan setiap base

- a. Base 1

$$M_1 = 108 \text{ unit} \quad B_1 = 111 \text{ unit}$$

$$C_{B1} = \text{Rp } 14.009.251,70$$

- b. Base 2

$$M_2 = 240 \text{ unit} \quad B_2 = 218 \text{ unit}$$

$$C_{B2} = \text{Rp } 26.685.563,78$$

7. Menghitung ongkos tahunan depot

$$S = \sum_{i=1}^n R$$

$$S = 1.200 + 2.400$$

$$S = 3.600$$

$$C_D = C_s \cdot S$$

$$C_D = 5.000 \times 3.600$$

$$C_D = \text{Rp } 18.000.000$$

8. Total Ongkos

$$TC = C_{B1} + C_{B2} + C_D$$

$$TC = \text{Rp } 58.614.815,47$$

Perhitungan untuk Model dengan Memperhitungkan Interaksi antar Fasilitas

1. Menghitung Q menggunakan model deterministik untuk *base* yang mengalami kelebihan persediaan.

$$Q = \sqrt{\frac{2CR}{H}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 30.000 \times 1.200}{40.000}}$$

$$Q = 42,426 \approx 43 \text{ unit}$$

2. Menghitung titik pemesanan kembali pada base yang mengalami kelebihan persediaan.

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,125$$

$$B = 112 \text{ unit}$$

3. Menghitung ekspektasi *lost sales* pada *base* yang mengalami kelebihan persediaan

$$E(M > B) = \sum_{M=B+1}^{M_{max}} (M - B)P(M)$$

$$E(M > B) = 0,621$$

4. Verifikasi nilai Q menggunakan model yang digunakan untuk *base* yang mengalami kelebihan persediaan

$$Q = \sqrt{\frac{2R[C + AE(M > B)]}{H}}$$

$$Q = 46,609 \approx 47 \text{ unit}$$

5. Menghitung titik pemesanan kembali dengan nilai Q yang baru untuk *base* yang mengalami kelebihan persediaan

$$P(M > B) = \frac{HQ}{AR + HQ}$$

$$P(M > B) = 0,135$$

$$B = 111 \text{ unit}$$

6. Menghitung ongkos tahunan setiap *base*
 - a. *Base* yang mengalami kelebihan persediaan
 $M_1 = 108 \text{ unit}$ $B_1 = 111 \text{ unit}$
 $C_{B1} = \text{Rp } 13.929.251,70$
 - b. *Base* yang mengalami kekurangan persediaan
 $M_2 = 2 \text{ unit}$

7. Menghitung ongkos tahunan depot

$$S = \sum_{i=1}^n R$$

$$S = 1.200 + 2.400$$

$$S = 3.600 \text{ unit}$$

$$C_D = C_S \cdot S$$

$$C_D = 5.000 \times 3.600$$

$$C_D = \text{Rp } 18.000.000$$

8. Total Ongkos

$$TC = C_{B1} + C_{B2} + C_D$$

$$TC = \text{Rp } 55.939.251,70$$

Berdasarkan hasil perhitungan pada pengujian model diperoleh hasil pada Tabel 2.

Tabel 2. Perbandingan Total Ongkos dari Model Tersine dan Model dengan Mempertimbangkan Interaksi Antar Fasilitas

Total Ongkos Model Tersine	Total Ongkos Model Mempertimbangkan Interaksi Antar Fasilitas
Rp 58.614.815,47	Rp 55.939.251,70

Sehingga model dengan mempertimbangkan interaksi antar fasilitas lebih baik dibandingkan dengan model Tersine.

Kesimpulan dan Saran

Dari hasil yang diperoleh dari pengujian model, maka kesimpulan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model memberikan total ongkos yang lebih kecil dibandingkan dengan penerapan model Tersine.
2. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas dengan parameter ongkos kekurangan persediaan (A), titik optimal yang didapat dari kondisi model yang memperhitungkan interaksi antar fasilitas.
3. Hasil analisis sensitivitas dengan parameter ongkos simpan (H) untuk kedua model didapat ongkos paling minimum berada pada kondisi awal pada model yang memperhitungkan interaksi antar fasilitas.

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk interaksi lebih dari 2 fasilitas dalam eselon yang sama.
2. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan tidak hanya untuk satu produk tetapi untuk multi produk.

Daftar Notasi

- i* = fasilitas ke-*i* dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$
- P* = ongkos pembelian (Rp/unit)
- H* = ongkos simpan (Rp/unit/tahun)
- CT* = ongkos transfer antar fasilitas (Rp/unit)
- C* = ongkos pesan (Rp/pesan)
- Ri* = permintaan di fasilitas ke- *i* per tahun (unit/tahun)
- A* = ongkos kekurangan persediaan (Rp/unit/tahun)
- Cs* = ongkos kirim dari eselon 1 ke eselon 2 (depot ke *base*) (Rp/unit)
- S* = jumlah permintaan yang terdapat di eselon 2
- Mi* = permintaan dalam *lead time* untuk setiap fasilitas (unit)

- B_i = titik pemesanan kembali di fasilitas ke- i
(unit)
 Q_i = jumlah pemesanan untuk setiap base (unit)
 CB = ongkos yang terjadi di base per tahun
(Rp/tahun)
 TCB = total ongkos yang terjadi di base (Rp/tahun)
 CD = ongkos yang terjadi di depot per tahun
(Rp/tahun)

Daftar Pustaka

- [1] Clark, A. & H. Scarf. (1960). Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem. *Management Science* 6, 475-490.
- [2] Indrajit, (2003), *Manajemen Produksi*, PT. Gramedia Widiasarana Indonesia, Jakarta.
- [3] Nur Bahagia, Senator, (2003), *Manajemen Persediaan*, PT. Gramedia, Jakarta.
- [4] Mustofa, Fifi Herni, (2002), Pengembangan Model Sistem Pengendalian Persediaan Multi Eselon dengan Memperhatikan Interaksi diantara Fasilitas Pelayanan, *Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Institut Teknologi Nasional*, Bandung. (tidak dipublikasikan)
- [5] Snyder, Larry, (2008), *Multi Echelon Inventory Optimization*, Lehigh University.
- [6] Tersine, Richard J.,(1994). *Principles of Inventory and Materials Management*. Prentice-Hall Inc, New Jersey.