

MODEL OPTIMISASI PENINGKATAN RELIABILITAS PRODUK MULTIKOMPONEN YANG DIJUAL DENGAN GARANSI DUA DIMENSI

Yanti Helianty, Rezi Firmasari, Hendro Parssetiyo
Jurusan Teknik dan Manajemen Industri, Institut Teknologi Nasional
Jl. PHH Mustafa No. 23 Bandung
email: yanti@itenas.ac.id; firmasari.rezi@gmail.com

Abstrak

Pada penelitian ini, dikembangkan model peningkatan reliabilitas produk yang dijual dengan garansi dua dimensi. Sebagai contoh, kendaraan roda dua yang dijual dengan garansi 1 tahun atau jarak tempuh 50.000 km, mana yang lebih dulu tercapai. Produk yang dipertimbangkan adalah produk multikomponen yang disusun dengan rangkaian seri. Kerusakan produk dapat disebabkan oleh kerusakan dari salah satu komponen atau lebih, sehingga untuk meningkatkan kehandalan produk dapat dilakukan dengan meningkatkan kehandalan komponen-komponen pembentuk produk. Pola kerusakan produk dimodelkan oleh fungsi laju kerusakan, yang merupakan fungsi dari waktu, pemakaian, serta parameter desain yang merepresentasikan nilai nominal laju pemakaian (nominal usage rate). Peningkatan reliabilitas dapat dilakukan dengan cara meningkatkan nilai nominal laju pemakaian. Reliability improvement menyebabkan tambahan ongkos bagi pihak produsen berupa ongkos produksi dan ongkos reliability improvement, yang diimbangi juga dengan berkurangnya ongkos garansi. Adanya trade off antara penambahan ongkos reliability improvement, ongkos produksi dan penghematan ongkos garansi, memberikan peluang untuk menentukan nilai nominal laju pemakaian yang optimal. Oleh karena itu, dikembangkan model penentuan nilai nominal laju pemakaian yang optimal dengan kriteria maksimasi penghematan ongkos yang merupakan selisih antara ekspektasi penghematan ongkos garansi, ongkos reliability improvement, dan ongkos produksi.

Kata kunci: garansi, nilai nominal laju pemakaian, *accelerated life testing*, *reliability improvement*.

1. Pendahuluan

Garansi merupakan kesepakatan kontraktual antara produsen dan konsumen, dimana produsen bersedia melakukan perbaikan atau penggantian terhadap produk yang mengalami kerusakan selama periode garansi yang telah ditentukan. Dalam kesepakatan ini, produsen diharuskan melakukan perbaikan (rektifikasi) terhadap produk yang mengalami kegagalan dalam periode garansi.

Sistem yang diteliti adalah sistem produksi yang menghasilkan produk yang dapat diperbaiki (*repairable*) dan produk dijamin dengan kebijakan *Free Replacement Warranty* (FRW), yaitu produk diperbaiki secara gratis jika terjadi kerusakan selama garansi. Produk yang dijual merupakan produk yang dijamin dengan garansi dua dimensi. Sebagai contoh, kendaraan bermotor yang dijual dengan garansi 1 tahun atau jarak tempuh 50.000 km, yang mana yang lebih dulu tercapai. Perbaikan kerusakan dilakukan dengan *minimal repair* yaitu memperbaiki produk yang rusak sehingga kembali kepada kondisi saat sebelum rusak (laju kerusakan sama saat produk sebelum rusak). Kegagalan selama masa garansi dapat diminimasi dengan cara meningkatkan keandalan produk tersebut. Peningkatan keandalan produk ditentukan oleh parameter desain yang direpresentasikan pada nilai nominal laju pemakaian produk dengan menggunakan *Accelerated Life Testing* (ALT). Nilai nominal laju pemakaian yang optimal akan meningkatkan umur produk semakin tinggi sehingga meminimasi terjadi kegagalan selama masa garansi.

Penelitian yang membahas mengenai garansi dan keandalan, telah banyak dilakukan oleh peneliti pendahulu, diantaranya Prassetiyo (2006), yang membahas tentang peningkatan reliabilitas produk. Pada penelitian ini *reliability improvement* produk dilakukan melalui penentuan parameter desain pada tahap desain ulang produk yang dijual dengan garansi dua dimensi [4]. Garansi dua dimensi dikarakteristikan oleh dua dimensi, dimana satu dimensi mempresentasikan waktu dan dimensi lain merepresentasikan pemakaian. Penelitian Prassetiyo difokuskan pada produk dengan komponen tunggal atau *single component system*.

Helianty (2007) membahas mengenai peningkatan reliabilitas dengan kriteria maksimasi selisih penghematan ongkos garansi dengan penambahan ongkos produksi dan ongkos investasi *reliability improvement* untuk produk yang terdiri dari banyak komponen [2]. Penelitian lain yang membahas mengenai peningkatan reliabilitas adalah Febrian (2011). Penelitian Febrian (2011) merupakan penggabungan penelitian Prassetiyo (2006) dan Helianty (2007). Pada penelitian tersebut membahas peningkatan keandalan untuk produk multikomponen (dua komponen) dengan penentuan parameter desain yang direpresentasikan pada nilai nominal laju pemakaian dengan mempertimbangkan maksimasi penghematan ongkos garansi dengan penambahan ongkos peningkatan keandalan [1].

Penelitian Febrian (2011) ini hanya mempertimbangkan ongkos garansi dan ongkos investasi peningkatan reliabilitas. Pada kenyataannya setiap memproduksi produk dengan reliabilitas yang lebih tinggi memerlukan biaya produksi yang semakin besar. Sehingga parameter ongkos produksi tersebut dapat mempengaruhi penghematan ongkos garansi. Selain itu pada model yang dikembangkan oleh Febrian diasumsikan investasi untuk melakukan peningkatan reliabilitas tidak terbatas. Untuk itu pada penelitian ini akan melanjutkan penelitian Febrian (2011) dengan menambahkan parameter biaya produksi dalam model penghematan ongkos garansi, serta mempertimbangkan kendala jumlah investasi untuk melakukan peningkatan reliabilitas.

2. Formulasi Model

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Produk yang dipertimbangkan adalah produk multikomponen yang disusun dengan rangkaian seri.
- Peningkatan keandalan dilakukan pada komponen-komponen pembentuk produk.
- Pemodelan kerusakan dilakukan dengan menggunakan pendekatan satu dimensi yang bersifat menaik (*increasing failure rate*).
- Analisis garansi dilakukan berdasarkan kebijakan *Free Replacement Warranty* (FRW).
- Hal yang termasuk ke dalam garansi adalah kerusakan produk selama masa garansi. Kehilangan bukan termasuk kedalam garansi.

Asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Perbaikan yang dilakukan terhadap produk yang diklaim adalah *minimal repair*, yaitu mengembalikan kondisi produk ke kondisi sebelum terjadi kerusakan.
- Waktu perbaikan produk (*minimal repair time*) yang dilihat dari per kerusakan relatif kecil dibandingkan dengan rata-rata waktu antar kerusakan, sehingga dapat diabaikan.

Notasi Penelitian

Notasi yang digunakan pada pengembangan model ini adalah:

- i : Jumlah komponen dalam satu produk ($i= 1,2,\dots,n$)
- R : Laju pemakaian produk per satuan waktu.
- r : Laju pemakaian konsumen (misal: umur atau pemakaian produk (km/hari)).
- θ_i : Parameter skala sebelum *reliability improvement* untuk komponen- i .
- θ'_i : Parameter skala setelah *reliability improvement* untuk komponen- i .
- δ_i : Penambahan nilai nominal laju pemakaian komponen- i setelah *reliability improvement* (misal: umur atau pemakaian produk (km/hari)).
- ε_i : Nilai nominal laju pemakaian dalam proses desain sebelum dilakukannya *reliability improvement* (pemakaian/waktu; contoh: km/hari).
- ω : Masa garansi (hari).
- τ : Saat kerusakan sebelum masa garansi (hari).
- m : Parameter fungsi ongkos investasi *reliability improvement* ($m>2$).
- D_i : Parameter fungsi ongkos produksi komponen ke- i .
- λ_i : Laju kerusakan komponen ke- i .
- u : Parameter ongkos produksi ($u>2$).
- M : Jumlah investasi yang tersedia untuk melakukan *reliability improvement* (Rp/unit).
- c_{ri} : Rata-rata ongkos *minimal repair* per kerusakan komponen- i (Rp/kerusakan).
- c_{oi} : Ongkos setup *reliability improvement* per kerusakan komponen- i (Rp/kerusakan).
- c_i : Ongkos investasi *reliability improvement* untuk setiap penambahan nilai nominal laju pemakaian untuk komponen- i (Rp/((pemakaian/waktu) ^{m} .unit)); contoh: Rp/((km/hari) ^{m} .unit)).

- $G(\varepsilon_i)$: Ekspektasi ongkos garansi komponen-i selama masa garansi sebelum *reliability improvement*.
 $G(\varepsilon'_i)$: Ekspektasi ongkos garansi komponen-i selama masa garansi setelah *reliability improvement*.
 $G_1(\varepsilon)$: Ekspektasi ongkos garansi per unit selama masa garansi sebelum *reliability improvement* untuk kasus 1.
 $G_2(\varepsilon')$: Ekspektasi ongkos garansi komponen-i selama masa garansi setelah *reliability improvement* untuk kasus 2.
 $E(\varepsilon)_i$: Ekspektasi jumlah *minimal repair* komponen ke-i selama masa garansi sebelum *reliability improvement*. (kerusakan/unit).
 $E(\varepsilon')_i$: Ekspektasi jumlah *minimal repair* komponen ke-i selama masa garansi sesudah *reliability improvement*. (kerusakan/unit).
 $W(\varepsilon'_i)$: Ekspektasi penghematan ongkos garansi komponen-i selama masa garansi (Rp/unit).
 $W_s(\varepsilon')$: Ekspektasi penghematan ongkos garansi per produk (Rp/unit).
 $I(\varepsilon'_i)$: Ongkos *reliability improvement* komponen-i (Rp/unit).
 $I_s(\varepsilon')$: Ongkos *reliability improvement* per produk (Rp/unit).
 $P(\varepsilon'_i)$: Ekspektasi penambahan ongkos produksi komponen-i akibat adanya *reliability improvement* (Rp/unit).
 $P_s(\varepsilon')$: Ekspektasi penambahan ongkos produksi per produk akibat adanya *reliability improvement* (Rp/unit).

Pada penelitian ini yang menjadi ukuran performansi pengembangan model yang digunakan adalah:

- $S(\varepsilon')$: Ekspektasi penghematan ongkos total per unit selama masa garansi (Rp/unit)

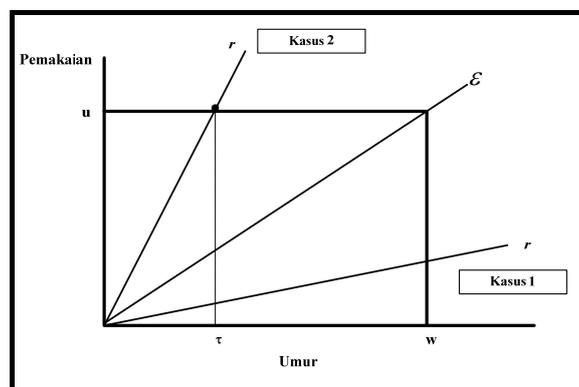
Ekspektasi penghematan ongkos total dibagi menjadi dua kasus model, yaitu:

- $S_1(\varepsilon')$: Ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi (Rp/unit) untuk kasus 1.
 $S_2(\varepsilon')$: Ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi (Rp/unit) untuk kasus 2.

Variabel keputusan yang digunakan pada penelitian ini adalah:

- ε'_i : Nilai nominal laju pemakaian dalam proses desain setelah dilakukannya *reliability improvement* (pemakaian/waktu; contoh: km/hari).

Pada penelitian ini akan dikembangkan dua model kasus peningkatan reliabilitas komponen yang dipertimbangkan. Model Kasus 1 menjelaskan nilai nominal laju pemakaian konsumen lebih besar dari laju pemakaian yang ditetapkan oleh produsen, yaitu $r \leq \varepsilon$ dan Model Kasus 2 menjelaskan laju pemakaian konsumen lebih kecil dari laju pemakaian yang ditetapkan, yaitu $r > \varepsilon$. Grafik karakteristik kasus model dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Karakteristik Kasus untuk Model 1 dan 2

Dari Gambar 1. terlihat bahwa untuk Kasus 1 ($r \leq \varepsilon$), garansi akan berakhir pada saat w , sedangkan untuk Kasus 2 ($r > \varepsilon$) garansi akan berakhir pada saat τ , dimana $\tau = \frac{u}{r}$. Misal S_1 adalah ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk Model Kasus 1 dan S_2 adalah

ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk Model Kasus 2. Maka ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk Model Kasus 1 dan 2 ditunjukkan oleh persamaan (1).

$$S(\varepsilon') \begin{cases} S_1(\varepsilon'), & \text{untuk } r \leq \varepsilon_i \\ S_2(\varepsilon'), & \text{untuk } r > \varepsilon_i \end{cases} \quad (1)$$

Berikut ini akan diuraikan formulasi matematik untuk mendapat ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk Model Kasus 1 (S_1) dan Model Kasus 2 (S_2).

2.1 Formulasi Model Kasus 1 : $r \leq \varepsilon_i$

Persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi kasus 1 dapat dilihat pada persamaan dibawah ini:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{l} \text{Ekspektasi} \\ \text{penghematan ongkos} \\ \text{per unit selama} \\ \text{masa garansi} \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ekspektasi penghematan} \\ \text{ongkos garansi per komponen per unit} \\ \text{selama masa garansi} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ongkos } \textit{reliabilty} \\ \textit{improvement} \text{ per komponen} \\ \text{per unit} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ongkos produksi} \\ \text{per komponen} \\ \text{per unit} \end{array} \right] \\ &= \left\{ \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ekspektasi ongkos garansi} \\ \text{per komponen per unit selama masa garansi} \\ \text{sebelum } \textit{reliabilty improvement} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ekspektasi ongkos garansi} \\ \text{per komponen per unit selama masa garansi} \\ \text{sesudah } \textit{reliabilty improvement} \end{array} \right] \right\} \\ &\quad - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ongkos } \textit{reliabilty} \\ \textit{improvement} \text{ per komponen per unit} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah Ongkos produksi} \\ \text{per komponen per unit} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Struktur ongkos secara rinci akan dijelaskan berikut ini:

a. Ekspektasi Penghematan Ongkos Garansi per unit Selama Masa Garansi untuk n komponen

Ekspektasi penghematan ongkos garansi per unit selama masa garansi ditentukan oleh besarnya ekspektasi penghematan ongkos garansi dari komponen-komponen yang membentuk produk tersebut. Persamaan ekspektasi penghematan ongkos garansi per komponen per unit dinyatakan pada persamaan (2).

$$\left[\begin{array}{l} \text{Ekspektasi} \\ \text{penghematan ongkos garansi} \\ \text{per unit selama masa garansi} \end{array} \right] = \left\{ \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah ekspektasi ongkos garansi} \\ \text{per komponen per unit selama} \\ \text{masa garansi sebelum } \textit{reliabilty} \\ \textit{improvement} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Jumlah ekspektasi ongkos garansi} \\ \text{per komponen per unit selama} \\ \text{masa garansi sesudah } \textit{reliabilty} \\ \textit{improvement} \end{array} \right] \right\} \quad (2)$$

Jumlah ekspektasi ongkos garansi per komponen per unit selama masa garansi adalah ekspektasi jumlah kerusakan per komponen per unit masa garansi dikalikan dengan rata-rata ongkos *minimal repair* per kerusakan. Jumlah ekspektasi ongkos garansi per komponen per unit selama masa garansi sebelum *reliability improvement* dinyatakan oleh persamaan (3).

$$\begin{aligned} G_1(\varepsilon) &= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot E_1 \\ &= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \int_0^w \lambda(t; \theta_r | R=r) dt \\ &= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \frac{w^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \end{aligned} \quad (3)$$

Jumlah ekspektasi ongkos garansi per komponen per unit selama masa garansi setelah dilakukannya *reliability improvement* bersyarat $R = r$ [$G_1(\varepsilon')$] dapat dilihat pada persamaan (4).

$$\begin{aligned}
G_1(\varepsilon') &= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot E_1 \\
&= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \int_0^w \lambda(t; \theta_r | R=r) dt \\
&= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \frac{w^\beta}{\left\{ \theta'_i \left(\frac{\varepsilon'_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta}
\end{aligned} \tag{4}$$

Sehingga ekspektasi penghematan ongkos garansi per unit selama masa garansi untuk kasus 1 dinyatakan pada persamaan (5).

$$\begin{aligned}
W_s(\varepsilon') &= \sum_{i=1}^n W(\varepsilon'_i) \\
&= \sum_{i=1}^n G_1(\varepsilon) - \sum_{i=1}^n G_1(\varepsilon') \\
&= \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \left(\frac{w^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} - \frac{w^\beta}{\left\{ \theta'_i \left(\frac{\varepsilon'_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \right)
\end{aligned} \tag{5}$$

b. Ongkos *Reliability Improvement* per unit

Ongkos *reliability improvement* diperlukan untuk meningkatkan reliabilitas komponen yang dicerminkan oleh besarnya nilai parameter skala ε menjadi ε' , dimana $\delta = \varepsilon' - \varepsilon$. Semakin besar δ maka semakin besar ongkos *reliability improvement* yang dikeluarkan. Ongkos *reliability improvement* produk bergantung pada besarnya ongkos *reliability improvement* yang dikeluarkan komponen-komponennya. Besarnya ongkos *reliability improvement* ditunjukkan oleh persamaan (6).

$$\left[\begin{array}{l} \text{Ongkos } \textit{reliability} \\ \textit{improvement} \\ \text{per unit} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Ongkos setup } \textit{reliabilty} \\ \textit{improvement} \text{ per} \\ \text{komponen per unit} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Ongkos investasi} \\ \textit{reliabilty improvement} \\ \text{per komponen per unit} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{Penambahan nilai} \\ \text{nominal} \\ \text{laju pemakaian} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
I_s(\varepsilon') &= \sum_{i=1}^n I(\varepsilon'_i) \\
&= \sum_{i=1}^n (c_0 + c_i \cdot \delta_i^m) \\
&= \sum_{i=1}^n (c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m)
\end{aligned} \tag{6}$$

dimana $m > 2$

c. Ongkos Produksi per unit

Ekspektasi penambahan ongkos produksi per unit terjadi karena adanya peningkatan ongkos produksi untuk memperoleh produk dengan reliabilitas yang lebih tinggi. Liu et.al., (2006) menjelaskan bahwa besarnya ekspektasi penambahan ongkos produksi per komponen bergantung pada reliabilitas komponen [3].

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \text{Ongkos produksi} \\ \text{per unit} \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{c} \text{Ongkos} \\ \text{produksi per} \\ \text{komponen per unit} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} \text{Penambahan} \\ \text{Parameter} \\ \text{reliability} \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c} \text{Ongkos} \\ \text{produksi per} \\ \text{komponen per unit} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} \text{Nilai nominal} \\ \text{laju pemakaian} \\ \text{setelah reliability} \\ \text{improvement} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Nilai nominal} \\ \text{laju pemakaian} \\ \text{sebelum reliability} \\ \text{improvement} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Semakin *reliable* sebuah komponen maka ongkos produksi komponen tersebut semakin mahal. Ekspektasi penambahan ongkos produksi per unit diperlihatkan pada persamaan (7).

$$\begin{aligned} P_s(\varepsilon') &= \sum_{i=1}^n P(\varepsilon'_i) \\ &= \sum_{i=1}^n D_i(\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^u \end{aligned} \quad (7)$$

dimana $u > 2$

d. Ekspektasi Penghematan Ongkos Total per unit Selama Masa Garansi

Persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk n komponen pada kasus 1 dinyatakan pada persamaan 8.

$$\begin{aligned} S_1(\varepsilon') &= W_s(\varepsilon') - I_s(\varepsilon') - P_s(\varepsilon') \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^n c_{ri} \cdot \left(\frac{w^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} - \frac{w^\beta}{\left\{ \theta'_i \left(\frac{\varepsilon'_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \right) - \sum_{i=1}^n (c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m) - \sum_{i=1}^n D_i(\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^u \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Dengan kendala:

$$g(\varepsilon'_i) = \sum_{i=1}^2 \{c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m\} \leq M$$

$$\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_n > 0$$

2.2 Formulasi Model Kasus 2: $r > \varepsilon_i$

Persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi kasus 2 dapat dilihat pada persamaan dibawah ini:

$$\begin{aligned} S_2(\varepsilon') &= W_s(\varepsilon') - I_s(\varepsilon') - P_s(\varepsilon') \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^2 c_{ri} \cdot \left(\frac{\tau^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} - \frac{\tau^\beta}{\left\{ \theta'_i \left(\frac{\varepsilon'_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \right) - \sum_{i=1}^2 (c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m) - \sum_{i=1}^2 D_i(\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^u \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Dengan kendala:

$$g(\varepsilon'_i) = \sum_{i=1}^2 \{c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m\} \leq M$$

$$\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_n > 0$$

3. FORMULASI MODEL

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) dan (9) ke persamaan (1), maka diperoleh ekspektasi penghematan ongkos total per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ diberikan oleh persamaan

$$S(\varepsilon') = \begin{cases} \left\{ \sum_{i=1}^2 c_{ri} \cdot \frac{w^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} - \frac{w^\beta}{\left\{ \theta_i' \left(\frac{\varepsilon_i'}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^2 (c_0 + c_i \cdot (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^m) - \sum_{i=1}^2 D_i (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^u \right\} \right\}, & \text{untuk } r \leq \varepsilon_i \\ \left\{ \sum_{i=1}^2 c_{ri} \cdot \frac{\tau^\beta}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} - \frac{\tau^\beta}{\left\{ \theta_i' \left(\frac{\varepsilon_i'}{r_i} \right)^\gamma \right\}^\beta} \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^2 (c_0 + c_i \cdot (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^m) - \sum_{i=1}^2 D_i (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^u \right\} \right\}, & \text{untuk } r > \varepsilon_i \end{cases} \quad (10)$$

Dengan kendala: $g(\varepsilon'_i) = \sum_{i=1}^2 \left\{ c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m \right\} \leq M$
 $\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_n > 0$

Nilai $R=r$ dapat berbeda-beda untuk setiap unit produk yang digunakan, sehingga $R=r$ dapat dilihat sebagai peubah acak yang memiliki distribusi tertentu dengan fungsi densitas $g(r)$. $R=r$ berada dalam interval $r_{\min} \leq r_i \leq r_{\max}$ dan $r_{\min} \leq \varepsilon_i \leq r_{\max}$, maka hubungan fungsi densitas penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ dengan fungsi tidak bersyarat dalam daerah garansi diberikan oleh persamaan (11).

$$S(\varepsilon') = \sum_{i=1}^2 \int_{r_{\min}}^{\varepsilon_i} S_1(\varepsilon') \cdot g(r) \cdot dr_i + \int_{\varepsilon_i}^{r_{\max}} S_2(\varepsilon') \cdot g(r) \cdot dr_i \quad (11)$$

Misal peubah acak R memiliki fungsi densitas $g(r)$ yang berdistribusi *uniform* sebagai berikut:

$$g(r) = \frac{1}{r_{\max} - r_{\min}}, \text{ untuk } r_{\min} \leq r_i \leq r_{\max} \quad (12)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (10) ke persamaan (11) diperoleh persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi yang diberikan oleh persamaan (13).

$$S(\varepsilon') = \sum_{i=1}^2 \int_{r_{\min}}^{\varepsilon_i} S_1(\varepsilon') \cdot g(r) \cdot dr_i + \int_{\varepsilon_i}^{r_{\max}} S_2(\varepsilon') \cdot g(r) \cdot dr_i$$

$$= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{c_{ri}}{(r_{\max} - r_{\min}) \cdot (\beta\gamma + 1)} \left(\frac{w^\beta \cdot \varepsilon_i}{\theta_i^\beta} - \frac{w^\beta \cdot \varepsilon_i^{\gamma\beta+1}}{\theta_i'^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} - \frac{w^\beta \cdot r_{\min}^{\gamma\beta+1}}{\theta_i^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} + \frac{w^\beta \cdot r_{\min}^{\gamma\beta+1}}{\theta_i'^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} \right) + \left(\frac{\tau^\beta \cdot r_{\max}^{\gamma\beta+1}}{\theta_i^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} - \frac{\tau^\beta \cdot r_{\max}^{\gamma\beta+1}}{\theta_i'^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} - \frac{\tau^\beta \cdot \varepsilon_i^{\gamma\beta+1}}{\theta_i^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} + \frac{\tau^\beta \cdot \varepsilon_i^{\gamma\beta+1}}{\theta_i'^\beta \cdot \varepsilon_i'^{\gamma\beta}} \right) \right\} - \left\{ c_0 + c_i \cdot (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^m \right\} - \left\{ D_i (\varepsilon_i' - \varepsilon_i)^u \right\} \quad (13)$$

Dengan kendala: $g(\varepsilon'_i) = \sum_{i=1}^2 \left\{ c_0 + c_i \cdot (\varepsilon'_i - \varepsilon_i)^m \right\} \leq M$
 $\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_n > 0$

4. Analisis Model

a. Pengujian Data Hipotetik

Penentuan nilai parameter pada contoh numerik model ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai Parameter Pengembangan Model

Notasi		Nilai		Satuan
		Komp. 1	Komp.2	
Laju pemakaian maksimum	r_{max}	80		km/hari
Laju pemakaian minimum	r_{min}	1		km/hari
Parameter bentuk	β	4		
Parameter fungsi parameter desain	γ	3		
Parameter fungsi ongkos <i>reliability improvement</i>	m	3		
Parameter ongkos produksi	u	3		
Koefisien <i>Langrange</i>	ξ	0.5		
Jumlah investasi yang tersedia	M	10.000.000		Rp/unit
Masa garansi	ω	360		Hari
Parameter skala sebelum <i>reliability improvement</i>	θ	290	250	
Parameter skala setelah <i>reliability improvement</i>	θ'	300	270	
Laju pemakaian	r	57	45	km/hari
Rata-rata ongkos <i>minimal repair</i>	c_r	200.000	100.000	Rp/kerusakan
Ongkos setup <i>reliability improvement</i>	c_0	20.000	50.000	Rp/unit
Ongkos investasi <i>reliability improvement</i>	c	10.000	25.000	Rp/penambahan nilai nominal laju pemakaian/unit
Parameter fungsi ongkos produksi	D	10.000	25.000	Rp/penambahan nilai nominal laju pemakaian/unit
Parameter desain	ε	50	40	km/hari

Berdasarkan nilai parameter yang diberikan, maka diperoleh nilai ε'_1 optimal sebesar 51,966 km/hari dan ε'_2 sebesar 43,470 km/hari dengan ekspektasi penghematan ongkos total per unit selama masa garansi adalah Rp 20.734.592,46/unit. Rekapitulasi contoh numerik untuk perhitungan model dapat dilihat pada Tabel 2.

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai nominal laju pemakaian setelah dilakukan *reliability improvement* lebih besar dibandingkan sebelum dilakukan *reliability improvement*. Semakin besar nilai laju pemakaian komponen menandakan bahwa komponen tersebut semakin handal. Laju nominal pemakaian yang semakin besar akan mempengaruhi laju kerusakan. Laju kerusakan semakin kecil. Ekspektasi jumlah minimal repair setelah *reliability improvement* pada komponen 1 dan 2 menurun. Komponen 1 mengalami penurunan kerusakan sebesar 45,037% kerusakan/unit dan komponen 2 sebesar 72,914% kerusakan/unit. Persentase penghematan ongkos total setelah dilakukannya *reliability improvement* sebesar 36,163%.

Tabel 2 Perbandingan Hasil Perhitungan Sebelum dan Sesudah *Reliability Improvement*

Notasi	Satuan	Sebelum <i>Reliability Improvement</i>	Setelah <i>Reliability Improvement</i>	%Perubahan
ε'_1	Km/hari	50	51,966	3,933

ε'_2	Km/hari	40	43,470	8,675
E_1	Kerusakan/unit	18,216	10,012	-45,037
E_2	Kerusakan/unit	44,606	12,082	-72,914
$W(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2)$	Rp/unit	32.480.465,35	9.434.594,06	-70,953
$P(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2)$	Rp/unit	-	1.120.639,42	
$I(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2)$	Rp/unit	-	1.190.639,42	
$L(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2)$	Rp/unit	-	-4.404.680,29	
Ekspektasi Penghematan Ongkos Total $S(\varepsilon'_1, \varepsilon'_2)$		Rp 32.480.465,35/unit	Rp 20.734.592,46/unit*	-36,163

*Ekspektasi penghematan ongkos total = (ongkos garansi sebelum *reliability improvement* - ongkos garansi setelah *reliability improvement*) - Ongkos investasi *reliability improvement* - ongkos produksi

5. Kesimpulan

Penelitian ini menghasilkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

- Model ini menghasilkan model optimasi peningkatan reliabilitas produk multikomponen yang dijual dengan garansi dua dimensi. Peningkatan reliabilitas komponen dilakukan dengan penentuan nilai optimal laju pemakaian dengan kriteria maksimisasi ekspektasi penghematan ongkos total per unit selama masa garansi.
- Model yang dikembangkan mampu menjawab permasalahan yang berkaitan dengan penentuan parameter desain, sehingga dapat ditentukan:
 - Nilai parameter desain yaitu nilai nominal laju pemakaian yang optimal.
 - Memaksimalkan ekspektasi penghematan ongkos total selama masa garansi.
 - Besarnya batasan biaya investasi yang harus dikeluarkan untuk *reliability improvement*.
- Hasil dari pengembangan model peningkatan reliabilitas produk ini dapat menunjukkan bahwa dengan dilakukannya *reliability improvement* dapat menurunkan jumlah kerusakan yang terjadi selama masa garansi sehingga ongkos garansi per unit selama masa garansi semakin kecil.

Penelitian lanjutan yang dapat dilakukan untuk menyempurnakan penelitian ini adalah:

- Model kebijakan ongkos garansi dapat dilakukan untuk jenis kebijakan garansi lain, misalnya dengan *Pro-Rata Warranty (PRW)*.
- Produk yang dipertimbangkan produk yang terdiri dari beberapa komponen yang disusun dengan rangkaian paralel.

6. Daftar Pustaka

- [1] Febrian, R (2011), Model Optimisasi Parameter Desain untuk Produk yang Terdiri dari 2 Komponen yang Dijual dengan Garansi Dua Dimensi, Program Sarjana Itenas, Bandung.
- [2] Firmasari, R (2012), Model Optimisasi Peningkatan Reliabilitas Produk Multikomponen Yang Dijual Dengan Garansi Dua Dimensi, Program Sarjana Itenas, Bandung
- [3] Helianty, Y (2007), Model Peningkatan Reliabilitas Produk Untuk Produk Yang Dijual Dengan Garansi, Program Magister, Teknik Industri ITB, Bandung.
- [4] Liu, Zhi-Jie, Huang, Hong-Zong, Murthy, D. N. P. (2006), *Optimal Reliability and Price Choices for Products Under Warranty*, IEEE.
- [5] Prassetiyo, H (2006), Optimisasi Parameter Desain Untuk Produk Yang Dijual Dengan Garansi Dua Dimensi, Program Magister, Teknik Industri ITB, Bandung.