
OPTIMISASI *OVERHAUL*-PENGGANTIAN MESIN REPARABEL YANG DIOPERASIKAN PADA PERIODA PERENCANAAN TERBATAS

Kusmaningrum Sumadi¹, Bermawi P. Iskandar, Harsono Taroepratjeka
E-mail: kusmaningrum@itenas.ac.id¹

Penulis

Kusmaningrum Sumadi adalah dosen program studi Teknik Industri Institut Teknologi Nasional, Bandung. Menyelesaikan pendidikan Sarjana sampai dengan Doktor pada program studi Teknik Industri, Institut Teknologi Bandung. Bidang peminatan: Maintenance optimizations, Operations research, Ergonomi.

Abstract

Dalam penelitian ini dikembangkan model *overhaul*-penggantian optimal bagi mesin reparabel yang dioperasikan pada suatu perioda perencanaan terbatas, T , ($T < \infty$). Mesin mengalami deteriorasi dan kerusakan mesin dapat diperbaiki menggunakan perbaikan minimum sehingga pasca perbaikan kinerja mesin tepat sama seperti sebelum kerusakan terjadi. Untuk mempertahankan kinerjanya dilakukan N kali evaluasi mesin selama perioda perencanaan T dengan interval tetap s , ($s = T/N$). Di setiap titik evaluasi terdapat tiga alternatif yang dipertimbangkan, yakni tetap mengoperasikan mesin hingga titik evaluasi berikutnya, melakukan *overhaul*, atau melakukan penggantian dengan mesin baru. *Overhaul* adalah kegiatan perbaikan yang meningkatkan kinerja mesin, meskipun tak sampai sebaik kinerja mesin baru. Persoalan keputusan *overhaul*-penggantian diformulasikan ke dalam pemrograman dinamis dan menghasilkan rangkaian N keputusan yang meminimumkan ekspektasi total biaya perbaikan kerusakan, biaya *overhaul*, dan biaya penggantian selama T . Perilaku solusi model menunjukkan bahwa keputusan mempertahankan, meng*overhaul* maupun meremajakan sangat dipengaruhi oleh intensitas kerusakan mesin beserta berbagai ongkos dari ketiga alternatif keputusan tersebut.

Keywords

Perbaikan minimal, overhaul, pemrograman dinamis

1. Pendahuluan

Pada umumnya suatu mesin produksi, sebagaimana berbagai perkakas lain, mengalami penurunan kinerja yang disebabkan oleh pemakaian maupun karena penuaan. Penurunan kinerja antara lain dinyatakan oleh terjadinya kegagalan mesin. Kegagalan juga dapat dinyatakan oleh kondisi yang mencerminkan ketidakmampuan mesin untuk menjalankan fungsinya sesuai dengan spesifikasi tertentu. Pada umumnya penyebab kegagalan mesin tidak mudah dipahami dan diketahui secara pasti sehingga kejadian kegagalan hanya teramati sebagai urutan peristiwa yang bersifat random pada suatu rentang waktu [5]. Sejalan dengan bertambahnya umur dan pemakaian mesin, waktu antara dua peristiwa kegagalan cenderung semakin singkat dan mesin tersebut dinyatakan mengalami deteriorasi [15]. Mesin komersial yang dioperasikan pada suatu pabrik, baik sebagai alat produksi maupun perangkat pendukung, bila mengalami kegagalan dapat menimbulkan kerugian, baik karena tertundanya penyelesaian pesanan, penurunan mutu barang yang dihasilkan, maupun inefisiensi proses produksi [14], [17], dan [11].

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan kebijakan *overhaul* dan pengantian optimal bagi mesin reparabel yang direncanakan untuk dioperasikan dalam horison perencanaan terbatas. Dalam upaya mempertahankan kinerja pengoperasian mesin terdapat tiga keputusan periodik yang dapat dipilih, yakni keputusan mempertahankan mesin yang tengah dioperasikan, melakukan *overhaul*, atau melakukan penggantian dengan mesin baru yang identik. *Overhaul* meliputi usaha memeriksa, mendeteksi, merawat atau mengganti komponen mesin guna mempertahankan kinerja mesin pada suatu tingkat tertentu. *Overhaul* diasumsikan mampu merubah kondisi operasi mesin menjadi lebih baik, meskipun tidak dapat mengembalikannya pada kondisi seperti baru. *Overhaul* dalam sejumlah model diasumsikan dapat meremajakan mesin sehingga setelah *overhaul* mesin memiliki umur *virtual* yang lebih muda dari umur aktualnya (*virtual-age method*), atau memiliki intensitas kerusakan yang lebih rendah dari intensitas kerusakan sebelum *overhaul* dilakukan (*improvement-factor method*) [16]. Model *virtual-age* dibedakan dalam peremajaan tetap dan peremajaan proporsional. Dalam model peremajaan tetap, selisih umur aktual dan umur *virtual* yang dihasilkan *overhaul* besarnya selalu sama. Model ini sesuai untuk aktivitas *overhaul* dalam bentuk perawatan berbagai komponen mesin. Dalam model peremajaan proporsional selisih umur aktual dan umur *virtual* yang dihasilkan *overhaul* adalah proporsional terhadap umur saat *overhaul* dilakukan. Dengan demikian *overhaul* pada umur yang lebih tua memberikan derajat perbaikan yang lebih tinggi. Model ini sesuai bagi

aktivitas *overhaul* berupa pemeriksaan dan penggantian berbagai komponen mesin [3]. Penentuan kebijakan penggantian optimal pada horison perencanaan terbatas telah dikaji antara lain menggunakan metoda *branch and bound* [9], *search method* [18], dan pemrograman dinamis [6].

2. Pengembangan model

Mesin yang dipertimbangkan dalam tulisan ini adalah mesin reparabel yang keagalannya dapat dipulihkan dengan melakukan perbaikan. Kegagalan mesin disebabkan oleh kerusakan pada salah satu atau beberapa komponennya sehingga diasumsikan dapat diatasi dengan melakukan perbaikan atau mengganti komponen yang rusak tersebut. Terdapat dua buah asumsi dalam menggambarkan kerusakan mesin; yakni asumsi mengenai proses penuaan mesin yang terjadi, dan asumsi pengaruh dari tindakan perbaikan kerusakan yang dilakukan. Proses penuaan mesin reparabel dimodelkan oleh fungsi intensitas $\lambda(t)$ yakni peluang suatu mesin mengalami kerusakan pada suatu selang tertentu dan kerusakan tersebut tidak harus kerusakan yang pertama [15]. Salah satu tindakan perbaikan mesin reparabel adalah perbaikan minimal yang mengakibatkan intensitas kerusakan mesin pasca perbaikan adalah sama dengan sebelum terjadi kerusakan. Perbaikan minimal diasumsikan sebagai upaya memperbaiki dengan mengganti komponen yang rusak saja, sehingga pasca perbaikan sebagian besar komponen mesin adalah komponen lama. Tindakan perbaikan minimal mengakibatkan mesin secara kontinyu mengalami deteriorasi. Di samping melakukan perbaikan minimal tiap kali terjadi kerusakan, terhadap mesin juga dilakukan *overhaul*.

2.1. Notasi

Notasi berikut digunakan di dalam pengembangan model:

T	:	horison perencanaan.
s	:	selang operasi.
N	:	jumlah selang operasi selama horison perencanaan, N bilangan bulat, $s = T/N$.
j	:	tahap evaluasi di awal suatu selang operasi $j = 0, 1, \dots, N$.
t	:	umur mesin di suatu j ; $t = 0, s, 2s, \dots, js$
x_j	:	tindakan yang dipilih pada suatu j , $x_j = T, G, O$.

T	:	mempertahankan mesin yang dimiliki di j .
O	:	Melakukan <i>overhaul</i> di j .
G	:	mengganti mesin yang dimiliki di j .
$\lambda(\tau)$:	intensitas kerusakan mesin.
$h(t, t+s)$:	ekspektasi jumlah kerusakan mesin berumur t selama s .
δ	:	peremajaan umur mesin yang dihasilkan oleh tindakan <i>overhaul</i> .
c_1	:	ongkos perbaikan minimal.
c_2	:	ongkos <i>overhaul</i> .
c_3	:	ongkos penggantian.
$c_3(t)$:	ongkos penggantian mesin berumur t .
c_{jt}	:	ongkos akibat keputusan di suatu j selama selang $(j, j+1)$ bagi mesin berumur t .
$m(t)$:	nilai sisa mesin berumur t .

2.2. Asumsi

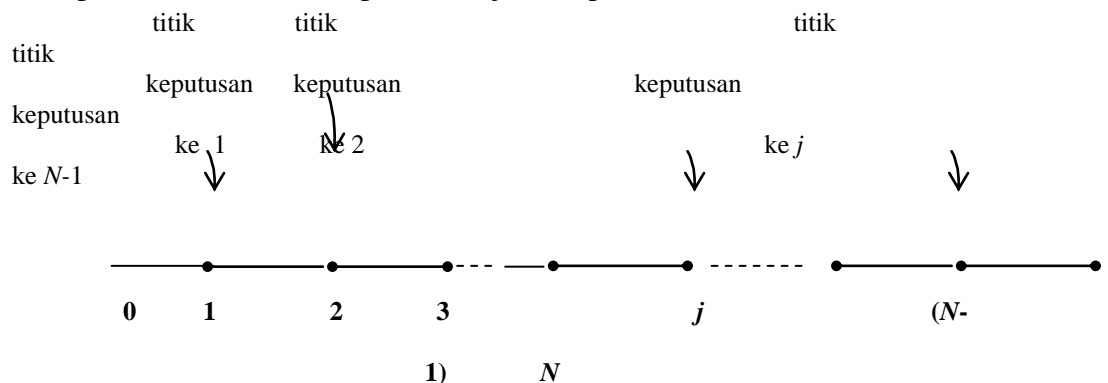
1. Pelaksanaan *overhaul* atau penggantian direncanakan menggunakan basis periodik, yakni dilakukan di suatu titik evaluasi j .
2. Mesin terdeteriorasi dan kerusakan mesin yang terjadi segera terdeteksi dan diperbaiki dengan perbaikan minimal.
3. Waktu yang dibutuhkan bagi perbaikan minimal, *overhaul*, dan melakukan penggantian mesin relatif kecil dibandingkan waktu rata-rata antar kerusakan sehingga dapat diabaikan.
4. Ongkos perbaikan minimal per kerusakan adalah lebih kecil dari ongkos *overhaul*, dan ongkos *overhaul* lebih kecil dari ongkos penggantian sehingga $c_1 < c_2 < c_3$.

Asumsi pertama menggambarkan keputusan melakukan *overhaul* atau mengganti mesin adalah terkait dengan rencana anggaran yang berbasis periodik (misalnya tahunan). Asumsi kedua menyatakan kondisi mesin

setelah perbaikan adalah sama dengan sebelum kerusakan terjadi. Asumsi ketiga lazim pada berbagai model perawatan optimal dan sering dijumpai dalam kondisi nyata. Sebagai contoh suatu mesin mampu dioperasikan secara terus-menerus selama sebulan dan bila mengalami kerusakan hanya memerlukan waktu empat jam untuk memperbaikinya. Sedangkan asumsi keempat adalah lazim terjadi pada berbagai situasi nyata.

2.3. Pendekatan Perhitungan Ekspektasi Total Ongkos Kepemilikan

Mesin direncanakan untuk dioperasikan selama T , $T < \infty$ di mana pada awal horison perencanaan tersebut mesin dalam keadaan baru. Untuk mempertahankan kinerjanya dilakukan N kali evaluasi mesin selama perioda perencanaan T dengan selang tetap s , ($s = T/N$). Di setiap titik evaluasi j , $j=1, 2, \dots, N$ terdapat alternatif keputusan x_j yang dipertimbangkan, yakni Tetap mengoperasikan mesin hingga titik evaluasi berikutnya, melakukan *Overhaul*, atau melakukan penggantian dengan mesin baru, sehingga $x_j = T, G, O$. Pembatas yang harus dipenuhi dalam optimisasi adalah keharusan untuk mengoperasikan mesin selama T . Horison perencanaan T , dibagi ke dalam N buah interval operasi s yang sama panjang, $s=T/N$. Sehingga terdapat j buah titik evaluasi, $j=1, 2, \dots, N$ yang merupakan titik evaluasi seperti ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. N buah titik evaluasi selama T
(Setiap titik dipisahkan oleh interval s yang sama panjang)

Maka x_j dipilih di titik evaluasi $j=1, \dots, N-1$, dan pada $j=N$, penggunaan mesin berakhir. Bila $x_j = T$ dipilih di titik evaluasi j maka kerusakan mesin akibat penuaan akan lebih sering terjadi sehingga ongkos perbaikan minimal meningkat. Bila di j dipilih $x_j = G$ atau $x_j = O$, maka timbul ongkos untuk *overhaul* atau ongkos penggantian mesin yang diikuti dengan penurunan ongkos perbaikan minimal. Dengan demikian total ongkos kepemilikan selama $(0, T)$ dapat dinyatakan oleh penjumlahan ongkos kepemilikan seluruh mesin yang terdiri atas ongkos perbaikan, ongkos *overhaul*, dan ongkos penggantian mesin. Ekspektasi total ongkos

kepemilikan mesin selama T dihitung menggunakan pendekatan berikut [16]. Di $j=0$ dimiliki mesin baru berumur nol maka ekspektasi total ongkos kepemilikan selama $(0,T)$ adalah:

$$\begin{aligned}
 & \text{Ekspektasi total ongkos kepemilikan selama } T \\
 & = \text{Ekspektasi total ongkos perbaikan kerusakan mesin 1} \\
 & \quad + \text{Ongkos } \overhaul / \text{ ongkos } \text{penggantian ke 1} \\
 & \quad + \text{Ekspektasi total ongkos perbaikan kerusakan mesin 2} \\
 & \quad + \text{Ongkos } \overhaul / \text{ ongkos } \text{penggantian ke 2} \\
 & \quad + \dots + \text{Ongkos } \overhaul / \text{ ongkos } \text{penggantian terakhir} \\
 & \quad + \text{Ekspektasi total ongkos perbaikan kerusakan mesin terakhir}
 \end{aligned}$$

Ekspektasi total ongkos perbaikan kerusakan mesin kesatu, kedua, dan seterusnya ditentukan oleh lama pengoperasian mesin yang dinyatakan oleh jarak dari dua titik keputusan penggantian yang berurutan. Maka penjumlahan ongkos pilihan keputusan $x_j, j=1, \dots, N-1$ dan ekspektasi ongkos perbaikan kerusakan yang ditimbulkannya membentuk ekspektasi total ongkos kepemilikan selama $(0,T)$. Dengan mengasumsikan ongkos operasi mesin adalah konstan, maka ekspektasi total ongkos kepemilikan yang dipertimbangkan merupakan penjumlahan dari ekspektasi ongkos perbaikan, ongkos *overhaul* dan ongkos penggantian selama selama T. Selanjutnya istilah ekspektasi total ongkos kepemilikan disingkat menjadi total ongkos kepemilikan saja. Keputusan di j didasari oleh umur mesin t yang dimiliki di j . Keputusan di j menentukan umur mesin di $j+1$, dan selanjutnya umur mesin di $j+1$ juga mendasari keputusan di $j+1$. Hal ini mengakibatkan keputusan $x_j, j=1, \dots, N-1$ adalah saling berhubungan. Dengan demikian persoalan minimasi total ongkos kepemilikan dapat dimodelkan sebagai pemilihan urutan keputusan $x_j, j=1, \dots, N-1$ yang memberikan total ongkos kepemilikan minimum.

Kejadian kerusakan mesin dimodelkan menggunakan pendekatan *Black-Box*, sehingga mekanisme penyebab terjadinya kerusakan tidak dipertimbangkan [8]. Pemodelan kerusakan sepanjang sumbu waktu

direpresentasikan oleh *point process* dengan fungsi intensitas $\lambda(\tau)$ yang merupakan fungsi dari umur mesin τ . Karena mesin mengalami deteriorasi, maka intensitas kerusakannya meningkat terhadap waktu sehingga $\lambda(\tau)$ adalah fungsi *increasing* terhadap τ . Sesuai dengan asumsi kedua, kerusakan mesin segera terdeteksi dan diperbaiki dengan perbaikan minimal. Maka setelah perbaikan kondisi mesin adalah sama dengan sebelum terjadi kerusakan sehingga kejadian kerusakan yang terjadi selama s mengikuti proses Poisson Non homogen [1]. Bila intensitas kerusakan mesin dinyatakan oleh $\lambda(\tau)$ dan di suatu j mesin berumur t , maka ekspektasi jumlah kejadian kerusakan selama $(j, j+1)$ diberikan oleh:

$$h(t, t+s) = \int_t^{t+s} \lambda(\tau) d\tau \quad (1)$$

$t \leq \tau \leq t+s$ untuk $t = s, 2s, \dots, js$.

Bila ongkos perbaikan minimal per kerusakan adalah c_1 , maka ekspektasi biaya perbaikan minimal di $(j, j+1)$ bagi mesin berumur t diberikan oleh:

$$c_1 h(t, t+s) = c_1 \int_t^{t+s} \lambda(\tau) d\tau \quad (2)$$

Umur mesin ditentukan oleh pilihan keputusan di j . Bila keputusan di j adalah $x_j = T$ maka umur mesin di j tetap t . Ongkos dari j hingga $j+1$ adalah ongkos perbaikan minimal bagi mesin berumur t selama s yang dinyatakan oleh (1). *Overhaul* dimodelkan sebagai tindakan yang menghasilkan peremajaan mesin. Apabila mesin *dioverhaul* di umur t maka umur *virtual* mesin pasca *overhaul* menjadi $t-\delta$, di mana δ besarnya konstan [20]. Pengurangan umur δ pasca *overhaul* dimodelkan sebagai kelipatan bulat dari interval s ($\delta = ks, k=1,2,\dots$). Maka untuk $x_j = O$ maka umur mesin di j menjadi $t-\delta$, dan ongkos dari j hingga $j+1$ adalah ongkos *overhaul* c_2 ditambah ongkos perbaikan minimal bagi mesin berumur $t-\delta$ selama s . Terakhir untuk $x_j = G$ akan mengakibatkan umur mesin di j menjadi nol. Ongkos dari j hingga $j+1$ adalah ongkos penggantian c_3 ditambah ongkos perbaikan minimal bagi mesin berumur 0 selama s . Nilai sisa mesin $m(t)$ mengalami penurunan sesuai dengan bertambahnya umur mesin, sehingga $m(t)$ adalah fungsi *decreasing* terhadap t . Maka ongkos penggantian di umur t dapat dinyatakan oleh $c_3(t)$ dimana $c_3(t) = c_3 - m(t)$, dan $c_3(t)$ adalah fungsi *increasing* terhadap t . Dengan demikian ekspektasi ongkos di suatu j hingga $j+1$ bagi mesin berumur t adalah tergantung pada keputusan x_j yang dipilih dan dapat dinyatakan oleh c_{jt} sebagai berikut:

$$c_{jt} = \begin{cases} c_1 h(t, t+s) & , x_j = T \\ c_2 + c_1 h(t-\delta, t-\delta+s) & , x_j = O \\ c_3(t) + c_1 h(0, s) & , x_j = G \end{cases} \quad (3)$$

Dengan menggunakan (3) maka ongkos kepemilikan selama (0,T) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Ongkos kepemilikan tahap 0 hingga } N = \sum_{j=0}^{N-1} c_{jt}$$

Mengacu pada (3) besarnya c_{jt} adalah ditentukan oleh t dan x_j . Bila pada setiap j terdapat tiga pilihan keputusan x_j ($x_j=T, O, G$), dan selama horison perencanaan jumlah tahap pengambilan keputusan adalah N maka jumlah kombinasi urutan keputusan yang mungkin terjadi adalah 3^N . Setiap urutan keputusan (x_1, x_2, \dots, x_{N-1}) memberikan total ongkos kepemilikan tertentu dan kebijakan optimal dapat ditetapkan dengan mencari urutan keputusan yang memberikan total ongkos kepemilikan terkecil.

2.4. Formulasi Pemrograman Dinamis

Dalam penelitian ini persoalan pengambilan keputusan terbaik selama T dimodelkan ke dalam Pemrograman Dinamis menggunakan sejumlah terminologi sebagai berikut.

Variabel Keputusan :

Di setiap akhir perioda $j, j=1,2, \dots, N-1$ terdapat tiga alternatif tindakan x_j yakni;

$$x_j = \begin{cases} T, & \text{tetap mempertahankan mesin di } j \\ O, & \text{mengoverhaul mesin di } j \\ G, & \text{menggantimesin di } j \end{cases}$$

Tahap:

Pemilihan x_j secara berulang dilakukan di berbagai akhir perioda $j, j=1,2, \dots, N-1$. Maka j dinyatakan sebagai *tahap* pengambilan keputusan.

Status :

Pemilihan x_j didasarkan atas ukuran performansi ongkos yang juga ditentukan oleh umur mesin di j . Selanjutnya x_j juga menentukan umur mesin di $j+1$. Maka umur mesin di di j menjadi *status* yang mendasari pengambilan keputusan di tahap yang bersangkutan. Di tahap $j=0$ mesin dalam keadaan baru sehingga $t=0$, dan *overhaul* atau penggantian hanya dapat dilakukan di suatu $j \geq 1, j=1, \dots, N-1$ yang satu sama lain terpisah oleh s , sehingga status t di setiap tahap $j, j \geq 1$, selalu dapat direpresentasikan oleh kelipatan bulat dari s , yakni $t=s, 2s, \dots, js$. Pendekatan ini memungkinkan banyaknya status yang harus dipertimbangkan di j adalah terbatas, yakni kurang atau sama dengan j . Total ongkos kepemilikan selama (0,T) adalah ongkos pemilikan dari $j=0$

hingga $j=N$. Menggunakan persamaan rekursif maka ongkos tersebut dinyatakan oleh ongkos kepemilikan dari suatu j hingga N untuk setiap j , $j=0, \dots, N-1$. Prosedur optimisasi dilakukan dengan mendefinisikan ongkos kepemilikan di suatu j sebagai berikut:

$F_j(t)$: fungsi ongkos kepemilikan dengan status t di tahap j dan tahap sisanya (dari tahap $j+1$ hingga tahap N).

$F_j^*(t)$: fungsi ongkos kepemilikan terkecil dengan status t di tahap j dan tahap sisanya (dari tahap $j+1$ hingga tahap N).

Bila status di tahap j dinyatakan oleh t maka keputusan yang dipilih di tahap j akan menentukan status di $j+1$. Maka hubungan fungsi ongkos kepemilikan yang terjadi di kedua tahap tersebut dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1. Perubahan Status dan Ongkos Kepemilikan

Akibat Pilihan Variabel Keputusan x_j

Status di j	x_j	Ongkos di j akibat x_j	Ekspektasi ongkos perbaikan selama s	Status di $j+1$	Ongkos terkecil dari tahap $j+1$ hingga N
t	T	0	$c_1 h(t, t+s)$	$t+s$	$F_{j+1}^*(t+s)$
t	O	c_2	$c_1 h(t-\delta, t-\delta+s)$	$t-\delta+s$	$F_{j+1}^*(t-\delta+s)$
t	G	$c_3(t)$	$\gamma h(0, s)$	s	$F_{j+1}^*(s)$

Menggunakan Tabel 1, nilai fungsi ongkos kepemilikan terkecil di tahap j bagi mesin berumur t , $F_j^*(t)$ diperoleh dengan meminimumkan $F_j(t)$ sebagai berikut :

$$F_j(t) = \min \left[\begin{array}{l} c_1 h(t, t+s) + F_{j+1}^*(t+s), \quad \forall t \text{ dan } j \\ c_2 + c_1 h(t-\delta, t-\delta+s) + F_{j+1}^*(t-\delta+s), \quad \forall t \text{ dan } j \leq N-1 \\ c_3(t) + c_1 h(0, s) + F_{j+1}^*(s), \quad \forall t \text{ dan } j \leq N-1 \end{array} \right] \quad (5)$$

Pada kondisi batas, yakni akhir horison perencanaan, mesin diasumsikan memiliki nilai sisa sehingga nilai fungsi optimal pada $j=N$ dinyatakan oleh nilai sisa tersebut dalam bentuk reduksi ongkos kepemilikan sebagai berikut:

$$F_N^*(t) = -m(t) \quad (6)$$

Prosedur optimisasi Pemrograman Dinamis dilakukan dengan menghitung ongkos kepemilikan optimal secara mundur mulai dari $j=N-1$, $j=N-2$, hingga $j=0$. Setelah x_1^* diperoleh kebijakan optimal diperoleh dengan cara berikut. Kebijakan optimal di tahap satu ($j=1$), x_1^* digunakan untuk melacak status di tahap dua ($j=2$). Berdasarkan status di tahap dua tersebut diperoleh kebijakan optimal di tahap dua, x_2^* yang digunakan untuk melacak status di $j=3$. Menggunakan cara yang sama diperoleh x_3^* , x_4^* , ..., x_{N-1}^* . Maka urutan keputusan x_1^* , ..., x_{N-1}^* adalah urutan kebijakan optimal yang memberikan total ongkos kepemilikan yang minimum selama $(0,T)$.

3. Analisis Model

Pada bagian ini dianalisis situasi yang mendasari keputusan untuk melakukan *overhaul* mesin berumur t di suatu titik evaluasi j . Untuk setiap j and t ($t \geq \delta$) *overhaul* dapat dilakukan dengan ongkos sebesar c_2 ydan menghasilkan peremajaan mesin yang semula berumur t menjadi berumur $t-\delta$. Menggunakan persamaan (5) dikembangkan kondisi perlu agar pilihan overhaul di j ($x_j=O$) lebih baik dari pada tetap melanjutkan operasi mesin ($x_j=T$). Yakni ongkos akibat pilihan $x_j=T$ ditambah ongkos bagi tahap sisanya lebih besar dari ongkos akibat pilihan $x_j=O$ ditambah ongkos bagi tahap sisanya yang dinyatakan dalam pertidaksamaan (7) berikut.

$$\mathcal{H}(t, t+s) + F_{j+1}^*(t+s) > c_2 + \{\mathcal{H}(t-\delta, t-\delta+s)\} + F_{j+1}^*(t-\delta+s) \quad (7)$$

Pertidaksamaan (7) dapat dituliskan kembali sebagai:

$$\{\mathcal{H}(t, t+s) - \mathcal{H}(t-\delta, t-\delta+s)\} + \{F_{j+1}^*(t+s) - F_{j+1}^*(t-\delta+s)\} > c_2 \quad (8)$$

Komponen pertama pada ruas kiri pertidaksamaan (8) menunjukkan manfaat overhaul di j , yakni pengurangan ongkos perbaikan minimal pada periode $(j, j+1)$. Selanjutnya komponen yang kedua dari ruas kiri menyatakan manfaat yang diperoleh di berbagai tahap sisanya karena overhaul meremajakan mesin sehingga umurnya pada tahap $j+1$ adalah $t-\delta+s$. Maka sepanjang manfaat yang diberikan di tahap j dan di berbagai tahap sisanya lebih besar dari pada ongkos overhaul c_2 jelas keputusan overhaul terhadap mesin berumur t di j lebih baik dibandingkan dengan keputusan tetap mengoperasikan mesin tersebut hingga tahap atau titik evaluasi berikutnya.

Karena $h(t)$ dan $F_j(t)$ adalah *increasing function in t* (Soemadi et.al. 2005) maka kedua komponen ruas kiri di atas selalu berharga positif. Selanjutnya untuk situasi dimana ongkos overhaul c_2 relatif rendah dibandingkan dengan ongkos perbaikan minimal mesin berumur t , dan peremajaan δ sangat signifikan maka boleh jadi komponen pertama ruas kiri (8) sudah memiliki nilai yang lebih besar dari ongkos overhaul c_2 sebagai berikut:

$$\{\mathcal{h}(t, t+s) - \mathcal{h}(t-\delta, t-\delta+s)\} > c_2 \quad (9)$$

Menggunakan cara yang sama, berikut ini diturunkan kondisi perlu yang mendasari keputusan overhaul mesin berumur t di titik evaluasi j lebih layak dipilih dibandingkan keputusan mengganti mesin di tahap tersebut.

$$c_2 < \{c_3 - m(t)\} - \{\mathcal{h}(t-\delta, t-\delta+s) - \mathcal{h}(0, s)\} - \{F_{j+1}^*(t-\delta+s) - F_{j+1}^*(s)\} \quad (10)$$

Bila peremajaan δ yang dihasilkan overhaul sangat signifikan, pasca overhaul kondisi mesin dapat mendekati kondisi mesin baru sehingga $(t-\delta \rightarrow 0)$. Pada situasi tersebut komponen kedua dan ketiga pada ruas kanan pertidaksamaan (10) di atas mendekati nol. Sesuai dengan asumsi model, ongkos penggantian c_3 jauh lebih besar dari ongkos overhaul c_2 maka satu-satunya yang dapat mengakibatkan pertidaksamaan (10) tidak terpenuhi adalah bila harga jual $m(t)$ untuk mesin bekas berumur t , mempunyai harga yang tinggi. Analisis di atas menunjukkan kesesuaian perilaku pengambilan keputusan yang dikembangkan dalam model. Keputusan melakukan overhaul di suatu tahap adalah keputusan terbaik dibandingkan dengan keputusan tetap mengoperasikan atau melakukan penggantian mesin apabila peremajaan mesin yang dihasilkan overhaul cukup signifikan dan penurunan harga jual mesin bekas relatif tinggi.

4. Contoh Numerik dan Perilaku Solusi Model

Solusi model berbentuk keputusan sekuensial $x_j, j=1, \dots, N$ disajikan pada bagian ini dalam bentuk contoh numerik. Mesin yang dipertimbangkan memiliki laju kerusakan yang meningkat dan direpresentasikan oleh fungsi *power law* $\lambda(\tau)$:

$$\lambda(\tau) = \alpha\beta \cdot \tau^{\beta-1}, \quad \tau > 0, \alpha > 0, \beta > 1 \quad (11)$$

Parameter intensitas fungsi kerusakan dipilih $\alpha=2$, dan untuk menunjukkan respon model terhadap laju kerusakan yang berbeda digunakan $\beta=(1.15, 2.00)$. Periode perencanaan yang dipertimbangkan 13

tahun, dan evaluasi dilakukan setiap tahun. Dengan demikian maka $T=13$, $N=13$, dan $s=1$. Ongkos perbaikan per kejadian kerusakan adalah 200, ongkos *overhaul* 400, dan harga mesin baru 1400. Maka $c_1=200$, $c_2=400$, dan $c_3=1400$. Peremajaan yang dihasilkan *overhaul* adalah 3 tahun sehingga $\delta = 3$.

Diasumsikan harga jual kembali mesin bekas berumur 1 tahun adalah 40% dari harga mesin baru, dan terdapat penurunan nilai sisa akibat pertambahan umur mesin sebesar 15% setiap tahun berikutnya. Dengan demikian harga jual kembali mesin berumur t adalah:

$$m(t) = 40\% \cdot c_3 \cdot (1 - 15\%)^{t-1}, t = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

Mengacu pada (5) maka bila di suatu j terdapat harga $F_j(t)$ yang sama untuk $x_j = T$ dengan $x_j = O$ atau $x_j = G$ maka keputusan di j dapat dipilih secara sebarang, sehingga terdapat kemungkinan solusi optimal yang diperoleh tidak bersifat unik. Solusi pada beberapa skenario data berikut merupakan salah satu solusi optimal yang dihasilkan model.

Untuk menunjukkan perilaku keputusan *overhaul* pada laju kerusakan mesin yang berbeda dicoba nilai $\beta=(1.15, 2.00)$ dan solusi model ditunjukkan pada Tabel 2. Untuk $\beta=1.15$, keputusan optimal adalah melakukan *overhaul* tiga kali, yakni pada tahun keempat, ketujuh dan kesepuluh. Sedangkan pada laju kerusakan yang lebih tinggi $\beta=2.0$ *overhaul* dilakukan sebanyak empat kali. Pada situasi kedua tindakan *overhaul* di akhir periode perencanaan meremajakan mesin sehingga diperoleh manfaat harga jual mesin bekas yang lebih tinggi.

Tabel 2. Solusi Optimal untuk ($\beta=1,15, 1.20$)

β	Kebijakan optimal di tahap j, x_j^*													Ongkos Optimal
	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*	x_8^*	x_9^*	x_{10}^*	x_{11}^*	x_{12}^*	x_{13}^*	
1.15	T	T	T	O	T	T	O	T	T	O	T	T	T	7071
1.20	T	T	T	O	T	T	O	T	T	O	T	T	O	7420

Contoh numerik kedua dikembangkan untuk menunjukkan perilaku pemilihan keputusan *overhaul* yang dihasilkan model pada kinerja peremajaan δ yang berbeda. Pilihan *overhaul* dengan peremajaan yang

lebih signifikan lazim mempunyai biaya *overhaul* yang lebih tinggi. Meskipun demikian terdapat tingkat peremajaan tertentu yang memberikan total ongkos keseluruhan yang lebih rendah walaupun biaya *overhaul*nya lebih tinggi. Dalam contoh kedua dibandingkan skenario ongkos *overhaul* yang lebih tinggi tetapi menghasilkan peremajaan yang lebih besar ($c_2'=450, \delta'=3$) terhadap ongkos *overhaul* yang lebih rendah tetapi menghasilkan peremajaan yang lebih kecil ($c_2''=400, \delta''=2$). Hasilnya disajikan pada Tabel 3 dan menunjukkan dengan baik perilaku solusi model, yakni peremajaan δ yang lebih signifikan yang diperoleh dengan biaya yang lebih tinggi perlu dipertimbangkan karena mungkin saja memberikan ongkos total yang lebih rendah.

Tabel 3. Solusi Optimal untuk $\beta=2$ dengan kombinasi $c_2'=450, \delta'=3$, dan $c_2''=400, \delta''=2$

		Kebijakan optimal di tahap j, x_j^*													
c_2	δ	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*	x_8^*	x_9^*	x_{10}^*	x_{11}^*	x_{12}^*	x_{13}^*	Ongkos Optimal
450	3	T	T	T	O	T	T	O	T	T	O	T	T	T	7602.5
400	2	T	O	T	O	T	O	T	O	T	O	T	T	T	7685.4

Contoh numerik yang terakhir disajikan untuk menunjukkan perilaku keputusan optimal terhadap kenaikan ongkos *overhaul*. Skenario diterapkan pada beberapa alternative ongkos *overhaul* $c_2=\{500, 600, 700\}$. Hasilnya disajikan pada Tabel 4 dan menunjukkan bahwa model merepresentasikan dengan baik keputusan optimal, yakni keputusan mengganti mesin tetap menjadi pilihan yang terbaik bila ongkos *overhaul* terlalu mahal.

Tabel 4. Solusi Optimal untuk $\beta=2, \delta=2$ dan $c_2=(500, 600, 700)$

		Kebijakan optimal di tahap j, x_j^*													
c_2		x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*	x_8^*	x_9^*	x_{10}^*	x_{11}^*	x_{12}^*	x_{13}^*	Ongkos Optimal
500		T	T	O	T	O	T	O	T	O	T	O	T	T	7685.4
600		T	T	O	T	O	T	O	T	O	T	T	T	T	8472.2
700		T	T	T	T	T	T	T	R	T	T	T	T	T	8506.9

Kesimpulan

Penelitian menghasilkan model optimisasi *overhaul*-penggantian mesin reparabel, yang dioperasikan dalam horizon perencanaan terbatas dan ditinjau secara periodik. Keputusan periodik yang dipertimbangkan adalah mempertahankan, *overhaul*, atau mengganti mesin dengan mesin baru yang identik. Model yang dikembangkan cukup sederhana dan dapat digunakan sebagai dasar memperbaiki rumusan kebijakan periodik. Data yang diperlukan untuk menerapkan model adalah statistik kerusakan mesin, ongkos perbaikan minimal, ongkos *overhaul*, ongkos penggantian, dan nilai jual kembali mesin bekas. Perilaku solusi model menunjukkan bahwa keputusan mempertahankan, *overhaul* atau mengganti sangat dipengaruhi oleh intensitas kerusakan mesin beserta ongkos *overhaul* dan penggantian mesin. Salah satu penelitian lanjut yang masih dapat dikembangkan adalah dengan mempertimbangkan perioda perencanaan yang belum pasti. Sebagai contoh suatu pabrik mengoperasikan suatu mesin untuk memenuhi kontrak pekerjaan yang akan berakhir pada suatu tahun tertentu, tetapi kontrak tersebut juga mempunyai kemungkinan untuk diperpanjang. Perbaikan kinerja mesin yang dihasilkan oleh *overhaul* tidak selalu sama, tergantung pada seberapa banyak tindakan pemeriksaan, perawatan dan penggantian yang dilaksanakan. Biaya *overhaul* dalam situasi demikian adalah proporsional terhadap penurunan intensitas kerusakan yang dihasilkan [2].

Daftar Pustaka

1. Barlow, R. E., Proschan, F., 1965, *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
2. Ben-Daya, M., Alghamdi, A. S., 2000, On an imperfect maintenance model, *Int. Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 17, No. 6, 661-670.
3. Chan, J., Shaw, L., 1993, Modeling repairable system with failure rates that depend on age & maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol 42, N0. 4, 566-571.
4. Cho, D.I., dan Parlar, M., 1991, A survey of maintenance models for multi-unit systems, *European Journal of Operational Research*, 63, 207-221.
5. Ebeling, C. E., 1997, *Reliability and Maintainability Engineering*, McGraw-Hill, Inc., Singapore.
6. Fujii, K., Hamada, T., 1999, A machine replacement model under consideration of future technological innovation, *Proc. of the first Western pacific and Third Australia and Japan workshop on stochastic models in engineering technology and management*, 117-126.

7. Iravani, S. M. R., Duenyas, I., 2002, Integrated maintenance and production control of a deteriorating production system, *IIE Transactions*, 34, 423–435.
8. Iskandar, B. P., 1992, *Modelling And Analysis Of Two-Dimensional Warranty Policies*, Disertasi yang tidak dipublikasikan, Department of Mechanical Engineering, University of Queensland, St. Lucia, Brisbane.
9. Jayabalan, V., Chaudhuri, D., 1992, Cost optimization of maintenance scheduling for a system with assured reliability, *IEEE Transactions on Reliability*, 41, 1, 21-25.
10. Kaufman, D.L., Lewis, M. E., 2007, Machine Maintenance with Workload Considerations, *Naval Research Logistics*, Vol. 54, No. 7, 750 – 766.
11. Lee, H. W., Park, N. I., 2008, A maintenance model for manufacturing lead time in a production control system with BMAP input and bilevel setup control, *Asia Pasific Journal of Operations Reserach (APJOR)*, Vol. 25, No. 6, 807-825.
12. Nakagawa, T., Mizutani, S., 2009, A summary of maintenance policies for a finite interval, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 94, 89 -96.
13. Pierskalla, W.P., Voelker, A., 1976, A survey of maintenance models; The control and surveillance of deteriorating systems, *Naval Research Logistics*, 23, 353-388.
14. Pramod, V.R., Devadasan, S.R., Muthu, S., Jagathyraj, V.P., Dhaksina Moorthy, G., 2006, Integrating TPM and QFD for improving quality in maintenance engineering, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol 12, No. 2, 2006, 150 – 171.
15. Rigdon, S. E., dan Basu, A. P., 2000, *Statistical Methods for the Reliability of Repairable System*, John Wiley & Sons, Inc. Canada.
16. Seo, J. H., Bai, D. S., 2004, An optimal maintenance policy for a system under periodic *overhaul*, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 39, 4-5, hal. 373 -380.
17. Thomas, G. Y., Cassady, C. R., Kellie, S., 2007, Simultaneous optimization of [bar.X] control chart and age-based preventive maintenance policies under an economic objective, *IIE Transaction*, Vol. 40, 2, 147 – 159.
18. Usher, J.S., Kamal, A.H., Syed, W.H., 1998, Cost optimal preventive maintenance and replacement scheduling, *IIE Transactions*, 30, 1121-1128.
19. Wang, H., 2002, A survey of maintenance policies of deteriorating systems, *European Journal of Operations Research*, Vol. 139, No. 16, 464 – 489.
20. Zhang, Z.G., Love, C.E., 2000, A simple recursive Markov chain model to determine the optimal replacement policies under general repairs, *Computers & Operations Research*, No. 27, 321-333.